

原子物理整理 *|

啃下大杂烩

Justin

2024-12-17 Tue 14:40

目录

31 日考试 L1-311

…持续更新中…

发现错误请私我，会非常感谢你

PDF 不保新

考完结束

考察形式：选择题、判断题、大题；

公式汇集

考试无公式

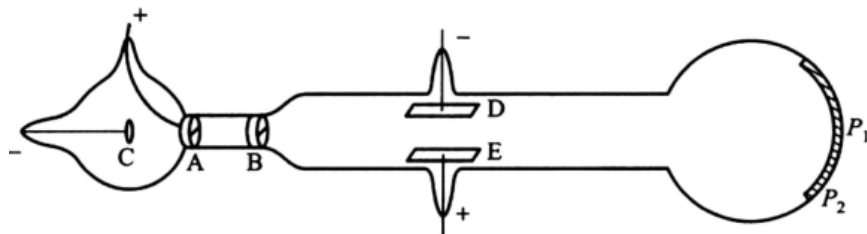
Coulomb 散射	瞄准角度与散射角	$b = \frac{a}{2} \cot \frac{\theta}{2}, a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{E_k}$
Rutherford 散射	散射角大于 θ 粒子数占比 角度对应的微分散射截面	$\frac{\Delta N}{N} = nt\pi b^2, b = \frac{a}{2} \cot \frac{\theta}{2}$ $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{a^2}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$
Rydberg 里德伯公式		$\nu = \frac{1}{\lambda} = R_H \left[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right]$
Bohr 原子	半径、能量	$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2}, E_n = \frac{me^4}{(4\pi\epsilon)^2 2\hbar^2 n^2}$
波粒二项性		$p = \frac{h}{\lambda}, E = h\nu$
Schrodinger 方程	定态一维	$\left[-\frac{\hbar}{2m} \nabla^2 + V \right] \psi(x) = E\psi(x)$
不确定关系		$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}, \Delta t \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}$
Bohr 磁子		$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}, \mu_l = \sqrt{l(l+1)}\mu_B$
角动量子化		$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar; S = \sqrt{s(s+1)}\hbar; J = \sqrt{j(j+1)}\hbar$
Lande g 因子	将磁矩变为 z 方向因子	$g = \frac{3}{2} + \frac{S^2 - L^2}{2J^2}$
S-G 实验	分裂距离	$z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \frac{Dd}{3kT}$
Compton 康普顿散射	出射与入射光波长 散射光子能量	$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta)$ $h\nu = \frac{h\nu'}{1 + r(1 - \cos \theta)}, r = \frac{h\nu'}{mc^2}$

每章整理

第一章 · Rutherford 模型

背景知识

汤姆森 - 阴极射线：发现电子



(b) 示意图

图 1.1 汤姆孙在 1897 年使用的放电管

密里根 - 油滴：测荷质比 e/m

卢瑟福：徒弟做金箔散射实验，自己给出模型

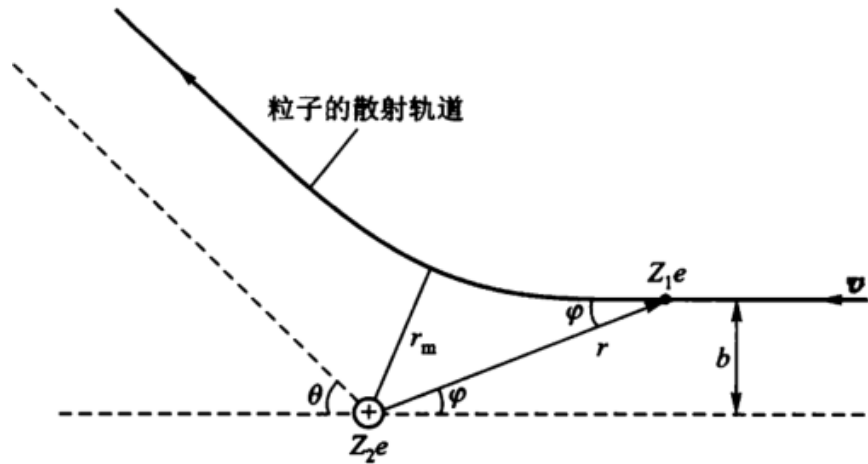


图 3.1 带电粒子的库仑散射

Comlomb 散射

$$b = \frac{a}{2} \cot \frac{\theta}{2}, a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{E_k}$$

写法：能量守恒（动势能）

推导几个假设：

1. 靶核静止
2. 不考虑核力，只考虑库伦力
3. 不考虑外层电子影响

Rutherford 散射

散射角大于 θ 的粒子数占比

$$\frac{\Delta N}{N} = n t \pi b^2, b = \frac{a}{2} \cot \frac{\theta}{2}$$

1.2;1.6

角度对应的微分散射截面 (属于过于复杂的公式)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{a^2}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

记住结论:

- 越厚越容易散射
- 能量越大, 散射越小 (速度快)
- 散射角成反比

原子模型的问题:

- 原子很稳定, 没有电磁损失 (绕圈电子应当会产生电磁场导致能拉损失)
- 原子可一模一样, 行星结构形成很难以存在完全相同
- 原子可再生: 行星平衡容易被打破

以下为复习课讲解以及找到相关题

1-3 试问: 4.5 MeV 的 α 粒子与金核对心碰撞时的最小距离是多少? 若把金核改为 ${}^7\text{Li}$ 核, 则结果如何? 解 (1) 由式 (4-2) 知 α 粒子与金核对心碰撞的最小距离为

$$r_m = a = \frac{e^2 Z_1 Z_2}{4\pi\epsilon_0 E_k} = \frac{1.44 \text{ fm} \cdot \text{MeV} \times 2 \times 79}{4.5 \text{ MeV}} = 50.6 \text{ fm}$$

(2) 若改为 ${}^7\text{Li}$ 核, 靶核的质量 m' 不再远大于入射粒子的质量 m , 这时动能 E_k 要用质心系的能量 E_c , 由式 (3-10)、(3-11) 知, 质心系的能量为

$$E_c = \frac{1}{2}m_\mu v^2 \quad \left(\text{式中 } m_\mu = \frac{m'm}{m+m'} \right)$$

得

$$E_c = \frac{1}{2}m_\mu v^2 = \frac{m'}{m+m'}E_k \approx \frac{A_{\text{Li}}}{A_{\text{He}} + A_{\text{Li}}}E_k = \frac{7}{4+7}E_k = \frac{7}{11}E_k$$

α 粒子与 ${}^7\text{Li}$ 核对心碰撞的最小距离为

$$r_{\min} = a = \frac{e^2 Z_1 Z_2}{4\pi\epsilon_0 E_c} = \frac{1.44 \text{ fm} \cdot \text{MeV} \times 2 \times 3 \times 11}{4.5 \text{ MeV} \times 7} = 3.0 \text{ fm}$$

1-4 (1) 假定金核半径为 7.0 fm, 试问: 入射质子需要多少能量, 才能在对头碰撞时刚好到达金核的表面?

(2) 若金核改为铝核, 使质子在对头碰撞时刚好到达铝核的表面, 那么, 入射质子的能量应为多少? 设铝核半径为 4.0 fm。

约化质量!

解 (1) 质子和金核对头碰撞时的最小距离为

$$r_m = a = \frac{e^2 Z_1 Z_2}{4\pi\epsilon_0 E_k}$$

所以入射质子需要的能量为

$$E_k = \frac{e^2 Z_1 Z_2}{4\pi\epsilon_0 r_m} = \frac{1.44 \text{ fm} \cdot \text{MeV} \times 1 \times 79}{7.0 \text{ fm}} = 16.25 \text{ MeV}$$

(2) 若改为铝核, 靶核的质量 m' 不再远大于入射粒子的质量 m , 这时需用质心系的能量 E_c , 质子和铝核对头碰撞时的最小距离为

$$r_{\min} = a = \frac{e^2 Z_1 Z_2}{4\pi\epsilon_0 E_c}$$

质心系的能量为

$$E_c = \frac{1}{2}m_\mu v^2 = \frac{m'}{m+m'}E_k$$

1.6 一束 α 粒子垂直射至一重金属箔上, 试求 α 粒子被金属箔散射后, 散射角大于 60° 的 α 粒子数与散射角大于 90° 的 α 粒子数之比。

$$\frac{N_{30}}{N_{90}} = \frac{nt\pi \left(\frac{a}{2} \cot \frac{60^\circ}{2}\right)^2}{nt\pi \left(\frac{a}{2} \cot \frac{90^\circ}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

解对于每一个靶核, 散射角大于 θ 的入射粒子位于 $b < b(\theta)$ 的圆盘截面内, 该截面面积为

$$\sigma_c = \pi b^2(\theta)$$

1. 则 α 粒子束大于 θ 角散射的粒子数为

$$\Delta N = Nnt\pi b^2(\theta) \quad \left(\text{式中 } b = \frac{a}{2} \cot \frac{\theta}{2}\right)$$

1. 则

$$\Delta N = Nnt\pi [b(\theta)]^2 = Nnt\pi \left(\frac{a}{2} \cot \frac{\theta}{2}\right)^2$$

1. 散射角大于 60° 的 α 粒子数与散射角大于 90° 的 α 粒子数之比为

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{Nnt\pi \left(\frac{a}{2} \cot \frac{60^\circ}{2}\right)^2}{Nnt\pi \left(\frac{a}{2} \cot \frac{90^\circ}{2}\right)^2} = \left(\frac{\cot \frac{60^\circ}{2}}{\cot \frac{90^\circ}{2}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{1}\right)^2 = 3$$

第二章 · Bohr

1. 光电效应：频率相关而不是强度 - 光的粒子性
2. 黑体辐射 - 给出量子概念
3. 光谱 - 能级跃迁 - 定态

考察：\\

1. 光电 ; 2. (Bohr 半径和能量) ; 3. 谱线
-

光谱 Rydberg 里德伯公式

$$\nu = \frac{1}{\lambda} = R_H \left[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right]$$

Bohr 模型

三部曲：频率条件

$$L = n\hbar = mvr = \sqrt{\frac{me^2r}{4\pi\epsilon_0}} \Rightarrow r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2}, E_n = \frac{me^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2 n^2}$$

由此计算半径、速度

H 的基态能量：13.6 eV

其它：Frank-Hertz 实验；Compton 散射都得到量子化结果

第三章 · 量子力学初步

布拉格散射公式： $2d\sin\theta = n\lambda$ \\

康普顿波长： $\lambda = \frac{h}{mc}$

1. 物质波长

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

2. 不确定关系

主要考薛定谔方程

科学史：戴维森葛末实验——验证波粒二项性

波粒二项

$$p = \frac{h}{\lambda}, E = h\nu$$

不确定关系

$$\Delta x \Delta p \geq h$$

$$\Delta t \Delta E \geq h$$

一般使用 $\geq \frac{h}{2}$

[例 1] 束缚粒子的最小平均动能

假如粒子被束缚在线度为 r 的范围内, 即假定 $\Delta x = r$, 那么, 依照式 (13-8), 粒子的动量必定有一个不确定度, 它至少为

$$\Delta p_x = \frac{h}{2\Delta x} = \frac{h}{2r}$$

Δp_x 的定义是

$$\Delta p_x = \sqrt{[(p_x - \bar{p}_x)^2]_{\text{平均}}} \quad (13-10)$$

对于束缚在空间的粒子, 其动量在任何方向的平均分量必定为零, 即 $\bar{p}_x = 0$, 故 Δp_x 与均方动量的关系为:

$$(\Delta p_x)^2 = (p_x^2)_{\text{平均}} \quad (13-11)$$

对于三维空间,

$$(p_x^2)_{\text{平均}} = \frac{1}{3}(p^2)_{\text{平均}} \quad (13-12)$$

依照这些关系式, 我们可以得到最小的平均动能

$$E_k = \frac{p_{\text{平均}}^2}{2m} = \frac{3h^2}{8mr^2} \quad (13-13)$$

式中 m 为粒子的质量. 由此可见, E 决不为零; 于是, 我们再次得到了在 §12 中所得到的结论. 这一结论从不确定关系得到, 与束缚形式无关, 只要粒子被束缚在空间 (或言之, 粒子在势阱内), 粒子的最小动能就不能为零 (粒子不能落到阱底). 事实上, 假如粒子的动能可以为零, 则不确定关系就要求 $\Delta x \rightarrow \infty$, 粒子怎么能被束缚住?!

[例 3] 谱线的自然宽度

在光谱线系中, 如果与某谱线对应的两条能级(状态)都有确定的能值, 那么在它们之间发生的跃迁就会给出一确定的谱线, 原则上就是一条线. 但是, 电子要从某一条能级往下跃迁, 电子在这条能级上必有一定寿命, 即 Δt 不能是无限长. 按照不确定关系, 这条能级必定存在相应的宽度 ΔE , 因此, 谱线不可能是几何的线, 而是有个宽度 ΔE , 此即谱线的自然宽度. 例如, 假定原子中某激发态的寿命为 $\Delta t = 10^{-8}$ s, 由不确定关系式(13-9),

$$\Delta E \geq \frac{\hbar}{2\Delta t} = \frac{hc}{2\Delta tc} = \frac{197 \times 10^{-15} \times 10^6}{2 \times 10^{-8} \times 3 \times 10^8} \text{ eV} = 3.3 \times 10^{-8} \text{ eV}$$

这就是与该激发态相应的谱线的自然宽度, 它是由能级的固有寿命所决定的. 实验完全证明了谱线自然宽度的存在.

能级的寿命有时会受外界条件的影响, 例如, 气体中的原子彼此之间不断地碰撞. 当一激发态的原子遭到碰撞原子作用时, 一般要改变它的激发能, 激发态的寿命要缩短. 按不确定关系, 碰撞效应将增大跃迁谱线的宽度. 由此增大的宽度往往远大于自然宽度. 为了减少碰撞引起的增宽, 在光谱研究中采用的光源常处在低气压状态(例如 1 mmHg 量级的压强).

波函数 ~ 薛定谔方程

$$\begin{aligned} \left[-\frac{\hbar}{2m} \nabla^2 + V \right] \psi &= i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \\ \left[-\frac{\hbar}{2m} \nabla^2 + V \right] \psi &= E\psi \end{aligned}$$

下面是定态方程, E 是能量(本征值)。求解过程:

1. 写方程。
2. 写边界条件: 边界连续性、归一化条件 $\int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \psi dx = 1$
3. 写通解:
 - $V > E$: $\psi = Ae^{kx} + Be^{-kx}, k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V - E)}$
 - $V < E$: $\psi = C \sin(kx) + D \cos(kx), k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - V)}$
4. 代入边界条件

归一化条件(用于解系数):

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \psi dx = 1$$

下面为经典模型

- 无限位能井

$$V = \begin{cases} 0 & , 0 < x < d \\ \infty & , \end{cases}$$

...

$$E_n = \frac{n^2 \hbar^2}{8md^2}$$

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin \frac{n\pi x}{d}$$

- 有限位能井

$$V = \begin{cases} 0, & |x| < \frac{d}{2} \\ V_0, & |x| > \frac{d}{2} \end{cases}$$

$$\psi = \begin{cases} A_+ e^{k_d x}, & x \leq -\frac{d}{2} \\ \sin & \\ A_- e^{-k_d x}, & x \geq \frac{d}{2} \end{cases}$$

第四章 · 原子精细结构

1. 磁场能量
2. 认原子态
3. 算 s, l, g 磁矩

轨道磁矩和角动量量子化

$$\text{Bohr 磁子 } \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}, \text{ 量子磁矩 } \mu_l = \sqrt{l(l+1)}\mu_B, \mu_{lz} = -m_l\mu_B$$

电子自旋假设：除了轨道角动量还有自旋角动量 $S = \sqrt{s(s+1)}\hbar, s = \frac{1}{2}, s_z = \pm \frac{1}{2}\hbar$

Lande 因子 g

任意角动量 j 有 $\mu = -\sqrt{j(j+1)}g_j\mu_B, \mu_{jz} = -m_jg_j\mu_B$

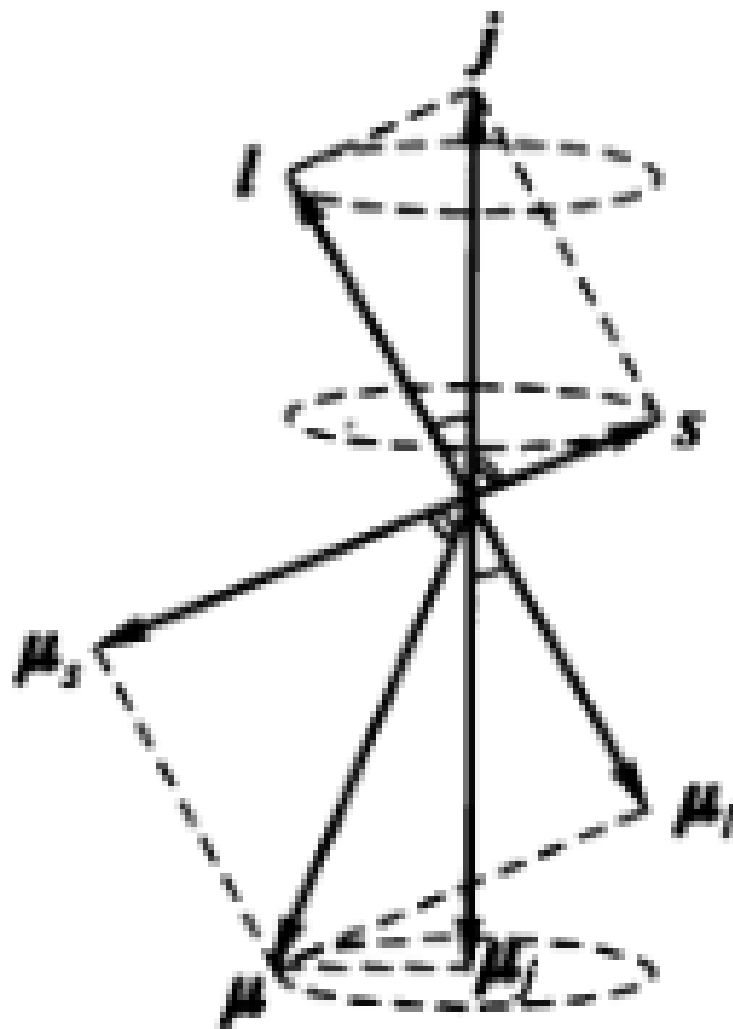


图 20.1 电子磁矩
同角动量的关系

认电子状态

电子状态表示 ${}^2S_{\frac{1}{2}}$ 其中:

- 左上角 2 表示 $2s + 1 = 2$ (此 s 下共 $2s+1$ 种取值);
- S 表示 $l = 0$;
- 右下角 $\frac{1}{2}$ 表示 $j = \frac{1}{2}$;

左上角: $2s+1$

左下角: 原子序数

右下角: j

GPT 老师的傻瓜教学

习题

1. 电子状态符号的完整结构

电子状态符号通常写成 ${}^{2S+1}L_J$, 它包含以下信息:

- **自旋多重度** ($2S + 1$): 与总自旋量子数 S 相关, 表示电子的自旋排布。
- **总轨道角动量符号** (L): 与总轨道角动量 L 的数值相关, 决定了状态的空间对称性。
- **总角动量量子数** (J): 由 L 和 S 矢量相加得到的总角动量。

例如:

- 3P_2 : 表示 $S = 1, L = 1, J = 2$ 的态。
- 1D_2 : 表示 $S = 0, L = 2, J = 2$ 的态。

1. 逐步理解符号的每一部分

(1) 自旋多重度 ($2S + 1$)

- 单个电子的自旋 $s = \frac{1}{2}$ ，其可能取值为 $m_s = \pm\frac{1}{2}$ 。
- 总自旋 S 是所有电子的 m_s 的向量和【大写小写区别】。
 - 如果有 n 个未配对电子，每个 $s = \frac{1}{2}$ ，则最大 $S = n \times \frac{1}{2}$ 。
 - 如果电子都成对，则 $S = 0$ 。

写在左上角的 **自旋多重度**是总自旋量子数的状态数，公式为：

$$2S + 1$$

它表示系统的自旋排列可能性。例如：

- $S = 1$ 时，自旋多重度为 3，称为三重态。
- $S = 0$ 时，自旋多重度为 1，称为单重态。

(2) 总轨道角动量 (L)

- 单个电子的轨道角动量量子数为 l ，对于 s, p, d, f 等轨道：
 - $s: l = 0$
 - $p: l = 1$
 - $d: l = 2$
 - $f: l = 3$
- **总轨道角动量 L** 是所有电子的轨道角动量之和：

$$L = \sum m_l$$

- 符号对应如下：
 - $L = 0: S$
 - $L = 1: P$
 - $L = 2: D$

- $L = 3: F$
- 以此类推...

(3) 总角动量 (J)

- 总角动量 J 是 L 和 S 的矢量和:

$$J = |L - S|, \dots, (L + S)$$

- J 的范围由 L 和 S 决定。
- 例如: 若 $L = 2, S = 1$, 则 $J = 1, 2, 3$ 。

1. 如何从电子排布推导 $^{2S+1}L_J$

让我们通过 p^4 配置为例, 逐步推导电子状态符号。

电子排布

- p -轨道有三个子轨道 ($m_l = -1, 0, +1$), 每个子轨道最多容纳两个电子 (自旋 $m_s = \pm\frac{1}{2}$)。
- p^4 表示共有 4 个电子填入这三个子轨道。

(1) 确定 S

- ** 电子自旋排布 **:
 - p^4 中有 4 个电子, 即 2 个配对电子、2 个未配对电子。
 - 配对电子的自旋互相抵消, 剩余两个未配对电子贡献 $S = 1$ 。
- $S = 1$ 和 $S = 0$ 都可能, 需逐一考虑。

(2) 确定 L

- ** 轨道排布 ** :
 - 假设两个电子在 $m_l = -1, +1$ 上 (未配对), 两个在 $m_l = 0$ (配对)。
 - $L = 1 + (-1) + 0 + 0 = 0$ 。
- 换种排布: 若两个未配对电子分别位于 $m_l = 0, +1$, 则:
 - $L = 0 + 1 + (-1) = 1$ 。
- 再换种排布: 若两个未配对电子分别位于 $m_l = +1, +1$, 则:
 - $L = 1 + 1 + (-1) + 0 = 2$ 。

(3) 组合 LSJ 根据 S 、 L 、 J 的可能值, 列出态符号:

S	L	态符号	J 范围
1	2	3D	1, 2, 3
1	1	3P	0, 1, 2
1	0	3S	1
0	2	1D	2
0	1	1P	1
0	0	1S	0

最低能量态根据 Hund 规则:

1. S 最大优先。
2. L 最大优先。
3. 若考虑 J , 通常 J 最小。

因此, 最低能量态是 3P_0 。

总结: 电子有磁矩, 在外磁场中使用 $\mu_z = mg\mu$

自旋及实验

SG: H 原子进入不均匀磁场出现分裂谱线

Zeeman: 外磁场下原子能级分裂

反常 Zeeman: 推测有自旋

三个实验推出有自旋

1. S-G: Ag 在磁场有两个偏转 (一个外层电子本应只有一个)

2. 精细结构光谱:

3. 反常 Zeeman 塞曼:

- SG 实验

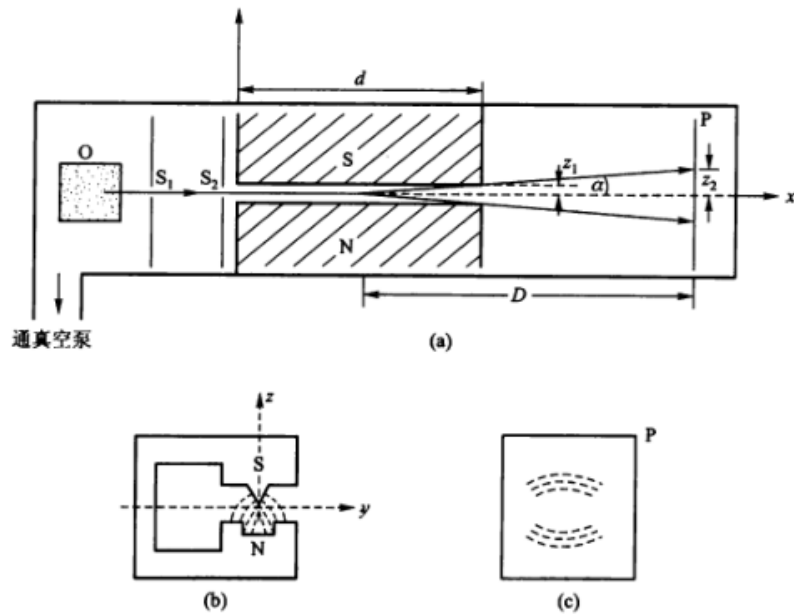


图 19.1 施特恩 - 盖拉赫实验的装置示意图

$$z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \frac{Dd}{3kT}$$

证明角动量取向量子化 (前面已有能量量子化——FH 实验)

角动量

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar; S = \sqrt{s(s+1)}\hbar; J = \sqrt{j(j+1)}\hbar$$
$$g = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{s^2 - l^2}{j^2} \right)$$

第五章 · 多电子

原子组态

如 sp 耦合

- 当 l-s 耦合, $s_1 = s_2 = \frac{1}{2}, l_1 = 0, l_2 = 1$ 于是 $J = 0, 1, 2$ 可表示 $^1P_1, ^3P_2, ^3P_1, ^3P_0$
- 当 j-j 耦合, $j_1 = \frac{1}{2}, j_2 = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 则 $J = 0, 1, 1, 2$ 表示 $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})_2, (\frac{1}{2}, \frac{3}{2})_1, (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})_1, (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})_0$

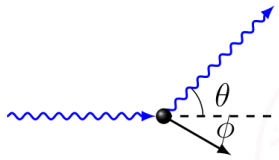
还要考虑泡利不相容:

只有对 l-s 耦合, 有洪特、朗德间隔约束:

- 洪特规则: 当某原子态具有 S 最大时, 所处能级未知最低, 对同一 S 以 L 最大的为最低
- 朗德间隔定则: 三重态中, 一对相邻能级之间间隔与两个 J 值中交大的值成正比。

Compton 散射

光打电子波长变



结论:

$$\begin{cases} \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 - 2\frac{h^2}{\lambda\lambda'} \cos\theta = p \\ h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} \end{cases} \rightarrow \boxed{\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)}$$

写法: 余弦定理+能量守恒 (需要相对能总能量)

解题加上动量守恒 $\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} + \frac{h}{\lambda_e}$

- 最大: 原路返回 $\theta = \pi$ $\Delta\lambda = \frac{2h}{mc^2}$
- 最小

想知道能量变化关系

$$h\nu' - h\nu = h\frac{c}{\lambda'} - h\frac{c}{\lambda}$$

- 相干散射——弹性散射: 能量不损失外层
- 非相干——损失能量内层电子

逆 Compton : 电子打光子

应用: 测电子动量

其它: Frank hertz

6-8

第六章 · X 射线吸收

只考概念

布拉格公式:

$$2d \sin\theta = n\lambda$$

布拉格方程得到晶格常数、特征谱 (XRF);

作业及提高

第一章: Rutherford 实验

1-2 公式代入

1-2

(1) 动能为 5.00 MeV 的 α 粒子被金核以 90° 散射时, 它的瞄准距离 (碰撞参数) 为多大?

(2) 如果金箔厚为 $1.0 \mu\text{m}$, 则入射 α 粒子束以大于 90° 散射 (称为背散射) 的粒子数是全部入射粒子的百分之几? **解答:**

$$\begin{aligned} b &= \frac{a}{2} \cot \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} \frac{e^2 Z_1 Z_2}{4\pi\epsilon_0 E_k} \cot \frac{90^\circ}{2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{1.44 \text{ fm} \cdot \text{MeV} \times 2 \times 79}{5 \text{ MeV}} \cot \frac{90^\circ}{2} = \frac{1}{2} \times 45.5 \text{ fm} \times \cot 45^\circ \\ &= \boxed{22.8 \text{ fm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta N}{N} &= nt\pi b^2, \quad b = \frac{a}{2} \cot \frac{\theta}{2} \\ &= \frac{N_A \rho}{M} t \pi \frac{a}{2} \cot \frac{\theta}{2} \\ &= \frac{6.02 \times 10^{23} \times 18.88 \text{ g/cm}^3}{197 \text{ g/mol}} \times 10^{-6} \text{ m} \times 3.142 \times (22.8 \text{ fm})^2 \\ &= \boxed{9.4 \times 10^{-5}} \end{aligned}$$

(1) 由式 (3-1)、(3-2) 知碰撞参数 b 与散射角 θ 的关系式为

$$b = \frac{a}{2} \cot \frac{\theta}{2} \quad (\text{式中 } a = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E_k})$$

库仑散射因子为

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{a^2}{4 \sin^4 \left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

其中, Z_1 和 Z_2 分别是 α 粒子和金核的原子序数, e 是电子电荷, ϵ_0 是真空介电常数, E_k 是 α 粒子

$$a = \frac{e^2 Z_1 Z_2}{4\pi\epsilon_0 E_k} = \frac{1.44 \text{ fm} \cdot \text{MeV} \times 2 \times 79}{5 \text{ MeV}} = 45.5 \text{ fm}$$

计算瞄准距离 b :

$$b = \frac{a}{2} \cot \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} \times 45.5 \text{ fm} \times \cot 45^\circ = 22.8 \text{ fm}$$

(2) 方法一根据式 (3-15)、(3-16) 知, 若有 N 个 α 粒子打到金箔上, 在 $d\Omega$ 方向上测得的粒子数为

$$dN' = Nnt\sigma_C d\Omega \quad \left(\text{式中 } \sigma_C = \frac{a^2}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}}, d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta \right)$$

已知金的摩尔质量 $M = 197 \text{ g/mol}$, 金的密度 $\rho = 18.88 \text{ g/cm}^3$, 原子核的数密度 $n = \frac{N_A}{V_m} = \frac{N_A \rho}{M}$, α 粒子束以大于 90° 散射的粒子数为

$$N' = \int Nnt\sigma_C d\Omega = N \int_{90^\circ}^{180^\circ} \frac{N_A \rho}{M} t \frac{a^2}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}} 2\pi \sin \theta d\theta$$

大于 90° 散射的粒子数与全部入射粒子的比为

$$\begin{aligned} \frac{N'}{N} &= \int_{90^\circ}^{180^\circ} \frac{N_A \rho}{M} t \frac{a^2}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}} 2\pi \sin \theta d\theta = \int_{90^\circ}^{180^\circ} \frac{N_A \rho}{M} t \frac{a^2}{\pi \cos \frac{\theta}{2}} d\theta \\ &= \frac{N_A \rho t \pi a^2}{4M} \int_{90^\circ}^{180^\circ} \frac{2d(\sin \frac{\theta}{2})}{\sin^3 \frac{\theta}{2}} = \frac{N_A \rho t \pi a^2}{4M} \left(\frac{1}{\sin^2 45^\circ} - \frac{1}{\sin^2 90^\circ} \right) \\ &= \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} \times 18.88 \text{ g/cm}^3 \times 1.0 \times 10^{-6} \text{ m} \times 3.142 \times (45.5 \text{ fm})^2}{4 \times 197 \text{ g/mol}} \\ &= 9.4 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

则大于 90° 散射的粒子数占全部入射粒子的百分比为 $9.4 \times 10^{-3}\%$.

方法二根据碰撞参数 b 与散射角 θ 的关系式 $b = \frac{a}{2} \cot \frac{\theta}{2}$, 可知当 $\theta \geq 90^\circ$ 时, $b(\theta) \leq b(90^\circ)$, 即对于每一个靶核, 散射角大于 90° 的入射粒子位于

$b < b(90^\circ)$ 的圆盘截面内, 该截面面积为 $\sigma_c = \pi b^2(90^\circ)$, 则 α 粒子束以大于 90° 散射的粒子数为

$$N' = Nnt\pi b^2$$

大于 90° 散射的粒子数与全部入射粒子的比为

$$\begin{aligned} \frac{N'}{N} &= nt\pi b^2 = \frac{N_A \rho}{M} t\pi b^2 \\ &= \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} \times 18.88 \text{ g/cm}^3 \times 1.0 \times 10^{-6} \text{ m} \times 3.142 \times (22.8 \text{ fm})^2}{197 \text{ g/mol}} \\ &= 9.4 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

与方法一所得结果一致。

1-5

动能为 1.0 MeV 的窄质子束垂直地射在质量厚度为 1.5 mg/cm^2 的金箔上, 计数器记录以 60° 角散射的质子。计数器圆形输入孔的面积为 1.5 cm^2 , 离金箔散射区的距离为 10 cm , 输入孔对着且垂直于射到它上面的质子。试问: 散射到计数器输入孔的质子数与入射到金箔的质子数之比是多少? (质量厚度定义为 $\rho_m = \rho t$, 其中 ρ 为质量密度, t 为靶厚。)

解: 窄质子束打到金箔上, 散射到 $\theta \rightarrow \theta - \Delta\theta$ 方向上 $\Delta\Omega$ 立体角的概率 η 为

$$\eta = \frac{\Delta N}{N} = nt\sigma_C \Delta\Omega$$

式中原子核的数密度 $n = \frac{N_A}{V_m} = \frac{N_A \rho}{M}$, $\Delta\Omega = \frac{S}{r^2}$, 散射截面的定义式为

$$\sigma_C = \frac{a^2}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

则有

$$\eta = \frac{\Delta N}{N} = \frac{N_A \rho t}{M} \frac{a^2}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

已知金的摩尔质量 $M = 197 \text{ g/mol}$, 金的质量厚度 $\rho_m = \rho t = 1.5 \text{ mg/cm}^2$, 先计算出库仑散射因子

$$a = \frac{e^2 Z_1 Z_2}{4\pi\epsilon_0 E_k} = \frac{1.44 \text{ fm} \cdot \text{MeV} \times 1 \times 79}{1 \text{ MeV}} = 113.76 \text{ fm}$$

代入数据计算，散射到计数器输入孔的质子数与入射到金箔的质子数之比为

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{N_A \rho t}{M} \frac{a^2}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{S}{r^2} \\ &= \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} \times 1.5 \text{ mg/cm}^2 \times (113.76 \times 10^{-13} \text{ fm})^2 \times 1.5 \text{ cm}^2}{197 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \times 16 \sin^4 30^\circ \times (10 \text{ cm})^2} \\ &= 8.9 \times 10^{-6}\end{aligned}$$

第二章：光电、Bohr、光谱

2-1 光电效应逸出功

easy

2-1

铯的逸出功为 1.9 eV，试求：

- (1) 铯的光电效应阈频率及阈值波长；
- (2) 如果要得到能量为 1.5 eV 的光电子，必须使用多少波长的光照射？

$$E = h\nu - W, E = 0$$

$$\nu = \frac{W}{h} = \frac{1.9 \text{ eV} \times 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.24 \text{ nm} \cdot \text{keV}} = \boxed{4.6 \times 10^{14} \text{ Hz}}$$

$$\lambda = cT = \frac{c}{\nu} = \frac{3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{4.6 \times 10^{14} \text{ Hz}} = 6.5 \times 10^{-7} \text{ m} = \boxed{6.5 \times 10^2 \text{ nm}}$$

$$E = h\frac{c}{\lambda} - W \rightarrow 1.5\text{eV} = h\frac{c}{\lambda} - 1.9\text{eV}$$

$$\lambda = \frac{hc}{3.4\text{eV}} = \frac{1.24\text{nm} \cdot \text{eV}}{3.4\text{eV}}$$

$$= \boxed{3.6 \times 10^2 \text{ nm}}$$

根据式 (6-9) 爱因斯坦的光电效应方程

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - \phi$$

式中, $\frac{1}{2}mv_m^2$ 为出射电子的最大动能, $h\nu$ 为入射光子能量, ϕ 为金属的逸出功.

(1) 铯的逸出功 $\phi = 1.9 \text{ eV}$, 当出射电子的最大动能为 0 时, 入射光子的频率最小, 对应于金属的光电效应阈频率, 即

$$h\nu_0 = \phi$$

故阈频率为

$$\nu_0 = \frac{\phi}{h} = \frac{1.9 \text{ eV} \times 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.24 \text{ nm} \cdot \text{keV}} = 4.6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

阈值波长的值为

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{4.6 \times 10^{14} \text{ Hz}} = 6.5 \times 10^{-7} \text{ m} = 6.5 \times 10^2 \text{ nm}$$

(2) 若要得到光电子的能量为 $E = \frac{1}{2}mv_m^2 = 1.5 \text{ eV}$, 则

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_m^2 + \phi$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{\phi + E} = \frac{1.24 \text{ nm} \cdot \text{keV}}{1.9 \text{ eV} + 1.5 \text{ eV}} = 3.6 \times 10^2 \text{ nm}$$

2-6 计算谱线波长

公式

2-6

在波长从 95 nm 到 125 nm 的光带范围内, 氢原子的吸收光谱中包含哪些谱线?

解答

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n'^2} \right) \rightarrow n = 1$$

$$\lambda = \frac{1}{R_H \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{n^2} \right)}$$

$$n' = 1, \text{no nm}$$

$$n' = 2, \quad \lambda = 121.6 \text{ nm}$$

$$n' = 3, \quad \lambda = 102.6 \text{ nm}$$

$$n' = 4, \quad \lambda = 97.25 \text{ nm}$$

$$n' = 5, \quad \lambda = 94.98 \text{ nm}$$

3 条, $n = 2, 3, 4$ 。

在通常温度下, 氢原子都处于基态, 所以吸收光谱是从 $n = 1$ 能级向高能级跃迁产生的。

2 由式 (8-4) 得

$$\lambda = \frac{1}{R_H \left(1 - \frac{1}{n'^2}\right)}$$

由表 8.1 知, $R_H = 109677.58 \text{ cm}^{-1}$, 据题意要求波长范围 $95 \text{ nm} < \lambda < 125 \text{ nm}$, 所以 n' 取 2, 3, 4, 其对应的波长分别为

$$n' = 2, \quad \lambda = 121.6 \text{ nm}$$

$$n' = 3, \quad \lambda = 102.6 \text{ nm}$$

$$n' = 4, \quad \lambda = 97.25 \text{ nm}$$

第三章：波动方程

3-1 物质波长

公式

3-1

电子的能量分别为 10 eV、100 eV 和 1000 eV 时, 试计算其相应的德布罗意波长。电子速度远小于光速, 则电子动量和能量的关系为

$$p = \sqrt{2m_e E}$$

电子的德布罗意波长为

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E}} = \frac{hc}{\sqrt{2m_e c^2 E}} = \frac{1.24 \text{ nm} \cdot \text{keV}}{\sqrt{2 \times 0.511 \text{ MeV} \cdot E}}$$

对能量分别为 10 eV 100 eV 1000 eV 的电子, 对应的德布罗意波长分别为

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \frac{1.24 \text{ nm} \cdot \text{keV}}{\sqrt{2 \times 0.511 \text{ MeV} \cdot 10 \text{ eV}}} = \frac{1.226 \text{ nm}}{\sqrt{10}} = 0.39 \text{ nm} \\ \lambda_2 &= \frac{1.24 \text{ nm} \cdot \text{keV}}{\sqrt{2 \times 0.511 \text{ MeV} \cdot 100 \text{ eV}}} = \frac{1.226 \text{ nm}}{\sqrt{100}} = 0.123 \text{ nm} \\ \lambda_3 &= \frac{1.24 \text{ nm} \cdot \text{keV}}{\sqrt{2 \times 0.511 \text{ MeV} \cdot 1000 \text{ eV}}} = \frac{1.226 \text{ nm}}{\sqrt{1000}} = 0.039 \text{ nm}\end{aligned}$$

3-15 势能井波动方程

hard

3-15

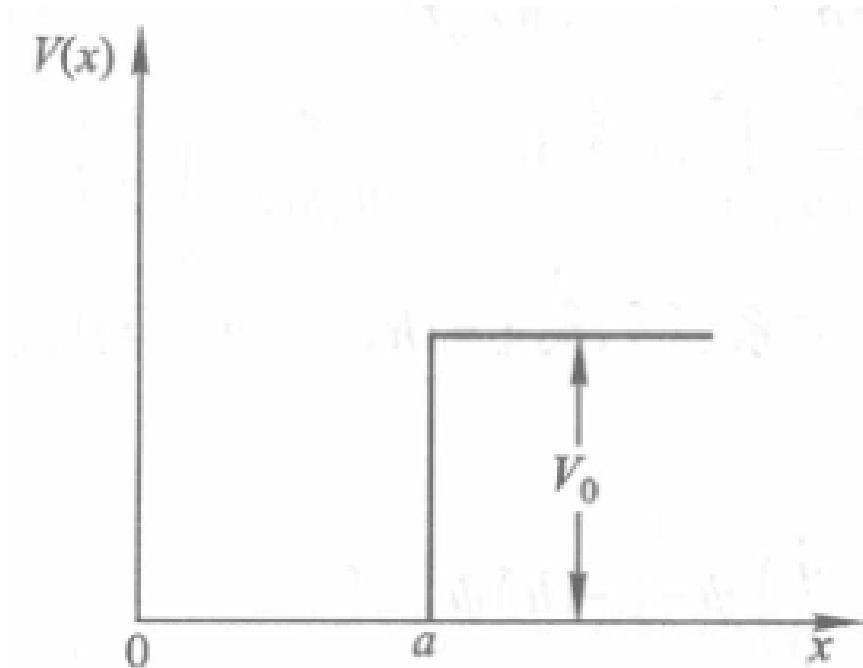
试求在 $E < V_0$ 的束缚态情况下:

(1) 粒子能级的表达式;

(2) 证明在此阱中至少存在一个束缚态的条件是, 阱深 V_0 和阱宽 a 之间满足关系式:

$$V_0 a^2 \geq \frac{h^2}{32m}$$

解:



(1) $V(x)$ 与 t 无关，是定态问题。其定态薛定谔方程

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

在各区域的具体形式为

I $x < 0$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi_1(x) + V(x)\psi_1(x) = E\psi_1(x) \quad (1)$$

II $0 \leq x \leq a$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi_2(x) = E\psi_2(x) \quad (2)$$

III $x > a$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi_3(x) + V_0\psi_3(x) = E\psi_3(x) \quad (3)$$

由于在方程 (1) 中，由于 $V(x) = \infty$ ，要等式成立，必须 $\psi_1(x) = 0$ 。

方程 (2) 可变为

$$\frac{d^2 \psi_2(x)}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \psi_2(x) = 0$$

令 $k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ 得

$$\frac{d^2\psi_2(x)}{dx^2} + k_1^2\psi_2(x) = 0$$

其解为

$$\psi_2(x) = A \sin(k_1x) + B \cos(k_1x)$$

方程 (3) 可变为

令 $k_2^2 = \frac{2m(V_0-E)}{\hbar^2}$ 得

$$\frac{d^2\psi_3(x)}{dx^2} + \frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}\psi_3(x) = 0$$

$$\frac{d^2\psi_3(x)}{dx^2} - k_2^2\psi_3(x) = 0$$

其解为

$$\psi_3(x) = Ce^{k_2x} + De^{-k_2x}$$

当 $x \rightarrow \infty$ 时, $\psi_3(x)$ 有限, 则有 $C = 0$.

根据波函数连续性条件得

$$\psi_2(0) = B = \psi_1(0) = 0$$

$$\psi_2(a) = A \sin k_1a = \psi_3(a) = De^{-k_2a}$$

$$\left. \frac{d\psi_2}{dx} \right|_{x=a} = Ak_1 \cos k_1a = \left. \frac{d\psi_3}{dx} \right|_{x=a} = -Dk_2e^{-k_2a}$$

由式 (4)、(5) 得

$$\tan k_1a = -\frac{k_1}{k_2}$$

即 $\tan \sqrt{\frac{2mEa^2}{\hbar^2}} = -\sqrt{\frac{E}{V_0-E}}$, 此即为粒子能级的表达式.

(2) 已知 $\tan k_1a = -\frac{k_1}{k_2}$, 因为 $k_1 > 0, k_2 > 0$ 则有 $\tan k_1a < 0$, 故 $k_1a > \frac{\pi}{2}$, 则

$$k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} < \sqrt{\frac{2mV_0}{\hbar^2}}$$
$$\sqrt{\frac{2mV_0}{\hbar^2}}a > k_1a > \frac{\pi}{2}$$

由此可得

$$\sqrt{\frac{2mV_0}{\hbar^2}}a > \frac{\pi}{2}$$

解得

$$V_0a^2 \geq \frac{\pi^2\hbar^2}{8m} = \frac{\hbar^2}{32m}$$

第四章：自旋

4-1 磁场中能量

公式

4-1

一束电子进入 1.2 T 的均匀磁场时，试问电子自旋平行于和反平行于磁场的电子的能量差为多大？

$$E = -\mu \cdot B$$

$$\Delta E = \mu_e B - (-\mu_e B) = 2 \times 0.578 \times 10^{-18} \text{ eV} \cdot \text{T}^{-1} \times 1.2 \text{ T} = \boxed{1.4 \times 10^{-18} \text{ eV}}$$

电子具有自旋，则存在与自旋相联系的磁矩 μ_e ，它在磁场作用下的能量为 $U = -\mu_e \cdot B$

电子自旋方向与磁场平行和反平行，则有

$$U = -\mu_e \cdot B = -\mu_e B = g_e m_e \mu_B B \quad \left(\text{其中 } g_e = 2, m_e = \pm \frac{1}{2} \right)$$

所以电子自旋平行于和反平行于磁场的电子的能量为 $U = \pm \mu_B B$

则电子自旋平行于和反平行于磁场的电子的能量差为

$$\Delta U = 2\mu_B B = 2 \times 0.578 \times 10^{-18} \text{ eV} \cdot \text{T}^{-1} \times 1.2 \text{ T} = 1.4 \times 10^{-18} \text{ eV}$$

升级补充

4-2 试计算原子处于 $^2D_{3/2}$ 状态的磁矩 μ 及投影 μ_z 的可能值.

解 对于处于 $^2D_{3/2}$ 状态的原子,其角动量量子数分别为

$$L=2; 2S+1=2; S=\frac{1}{2}; J=\frac{3}{2}, m_J=\pm\frac{3}{2}, \pm\frac{1}{2}$$

朗德 g 因子为

$$g_J = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = \frac{3}{2} + \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right) - 2(2+1)}{2 \times \frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)} = \frac{4}{5}$$

原子的磁矩为

$$\mu_J = -g_J \sqrt{J(J+1)} \mu_B = -\frac{4}{5} \sqrt{\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)} \mu_B = -1.55 \mu_B$$

原子的磁矩投影为

$$\mu_{Jz} = -m_J g_J \mu_B = \left(\pm\frac{6}{5}, \pm\frac{2}{5}\right) \mu_B$$

4-5 SG 实验电子状态

公式:hard

4.5

在施特恩-格拉赫实验中(图19.1),不均匀横向磁场梯度为 $\frac{\partial B_z}{\partial z} = 5.0 \text{ T/cm}$,磁极的纵向范围 $d = 10 \text{ cm}$,磁极中心到屏的距离 $D = 30 \text{ cm}$,使用的原子束是处于基态 $^4F_{3/2}$ 的钷原子,原子的动能 $E_k = 50 \text{ MeV}$.试求屏上线束边缘成分之间的距离.从表达式分析电子状态 |SG:z | $E_k \rightarrow kT: E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$

$$\begin{aligned} 2s+1=4 \rightarrow s &= \frac{3}{2}; F \rightarrow l=3; j = \frac{3}{2} \\ m &= \pm\frac{3}{2}, \pm\frac{1}{2} \\ z &= \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \frac{Dd}{3kT} = -mg\mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z} \frac{Dd}{3kT} \\ &= -\frac{3}{2}\mu_B \left(\frac{3}{2} + \frac{s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \right) \frac{\partial B_z}{\partial z} \frac{Dd}{2E_k} \\ &= -\frac{3}{2} \times \frac{2}{5} \times 5.0 \times \frac{30 \times 10}{2 \times 50} \\ &= \boxed{1.0 \times 10^{-2} \text{ m}} \end{aligned}$$

矾原子的基态为 ${}^4F_{3/2}$, 其角动量量子数分别为

$$L = 3; \quad 2S + 1 = 4, \quad S = \frac{3}{2}; \quad J = \frac{3}{2}, \quad m_j = \pm\frac{3}{2}, \pm\frac{1}{2}$$

朗德 g 因子为

$$g_1 = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = \frac{3}{2} + \frac{\frac{3}{2}(\frac{3}{2}+1) - 3(3+1)}{2 \times \frac{3}{2}(\frac{3}{2}+1)} = \frac{2}{5}$$

则有

$$m_1 g_1 = \pm\frac{3}{5}, \pm\frac{1}{5}$$

原子束打到屏上, 偏离 x 轴的距离为

$$z = \mu_2 \frac{\partial B_1}{\partial z} \frac{dD}{3kT} = -m_1 g_1 \mu_B \frac{\partial B_2}{\partial z} \frac{dD}{2E_1}$$

屏上线束边缘成分之间距离为

$$\begin{aligned} \Delta z &= \frac{6}{5} \mu_B \frac{\partial B_2 dD}{\partial z 2E_k} = \frac{6}{5} \times 0.5788 \times 10^{-4} \text{ eV/T} \times 5.0 \text{ T/cm} \times \frac{30 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}}{2 \times 50 \text{ meV}} \\ &= \boxed{1.0 \times 10^{-2} \text{ m}} \end{aligned}$$

套路总结:

1. 写 lsj; 求 g m (规律: 当 $j = \frac{3}{2}, m = \pm\frac{3}{2}$)
2. 写 SG 公式 z; 代入

相似题

4-4 在施特恩-盖拉赫实验中,处于基态的窄的银原子束通过极不均匀的横向磁场,并射到屏上,磁极的纵向范围 $d = 10 \text{ cm}$,磁极中心到屏的距离 $D = 25 \text{ cm}$. 如果银原子的速率为 400 m/s ,线束在屏上的分裂间距为 2.0 mm ,试问磁场强度的梯度值应为多大? 银原子的基态为 $^2S_{1/2}$,质量为 107.87 u .

解 银原子的基态为 $^2S_{1/2}$,其角动量量子数分别为

$$l=0; 2s+1=2; s=\frac{1}{2}; j=\frac{1}{2}, m_j=\pm\frac{1}{2}$$

朗德 g 因子为

$$g = \frac{3}{2} + \frac{s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} = \frac{3}{2} + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1) - 0}{2 \times \frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)} = 2$$

在施特恩-盖拉赫实验中,银原子束打到屏上,偏离 x 轴的距离为

$$z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \frac{dD}{3kT} = -m_j g \mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z} \frac{dD}{mv^2}$$

则线束在屏上的分裂间距为

$$\Delta z = 2\mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z} \frac{dD}{mv^2}$$

磁场强度的梯度值为

$$\frac{\partial B_z}{\partial z} = \frac{\Delta z m v^2}{2\mu_B dD} = \frac{2.0 \text{ mm} \times 107.87 \times 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg} \times (400 \text{ m/s})^2}{2 \times 0.927 \times 10^{-23} \text{ J/T} \times 10 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}} = 1.2 \times 10^2 \text{ T/m}$$

更高难度

4-6 在施特恩-盖拉赫实验中,原子态的氢从温度为 400 K 的炉中射出,在屏上接收到的两条氢束线,间距为 0.60 cm . 若把氢原子换成氯原子(基态为 $^2P_{3/2}$),其他实验条件不变,那么,在屏上可以接收到几条氯束线? 其相邻两束的间距为多少?

解 氢原子的基态为 $^2S_{1/2}$,其角动量量子数分别为

$$l=0; 2s+1=2, s=\frac{1}{2}; j=\frac{1}{2}, m_j=\pm\frac{1}{2}$$

因为 $l=0$,则朗德 g 因子为

$$g_j = g_s = 2$$

则有

$$m_j g_j = \pm 1$$

氢原子线束在屏上的分裂间距为

$$\Delta z_1 = 2\mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z} \frac{dD}{3kT}$$

氯原子的基态为 $^2P_{3/2}$,其角动量量子数分别为

$$L=1; 2S+1=2, S=\frac{1}{2}; J=\frac{3}{2}, m_j=\pm\frac{3}{2}, \pm\frac{1}{2}$$

在屏上可以接收到4条氯束线. 朗德 g 因子为

$$g_j = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = \frac{3}{2} + \frac{1\left(\frac{1}{2}+1\right) - 1(1+1)}{2 \times \frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)} = \frac{4}{3}$$

则有

$$m_j g_j = \pm\frac{2}{3}, \pm\frac{6}{3}$$

氯原子线束在屏上的分裂间距为

$$\Delta z_2 = \frac{4}{3}\mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z} \frac{dD}{3kT}$$

氢原子线束和氯原子线束在屏上的分裂间距之比为

$$\frac{\Delta z_1}{\Delta z_2} = \frac{3}{2}$$

$$\Delta z_2 = 0.6$$

第五章 · LSJ

5-2 L · S

5-2

计算 ${}^4D_{3/2}$ 态的 $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ 。怎么认电子态 对于 ${}^4D_{3/2}$ 态，其角动量量子数分别为

$$S = \frac{3}{2}, \quad L = 2, \quad J = \frac{3}{2}$$

角动量分别为

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \sqrt{\frac{3}{2} \times \left(\frac{3}{2} + 1\right)}\hbar = \frac{\sqrt{15}}{2}\hbar$$

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{2 \times (2+1)}\hbar = \sqrt{6}\hbar$$

$$J = \sqrt{j(j+1)}\hbar = \sqrt{\frac{3}{2} \times \left(\frac{3}{2} + 1\right)}\hbar = \frac{\sqrt{15}}{2}\hbar$$

由 L-S 耦合有 $J = L + S$ ，则

$$J^2 = L^2 + S^2 + 2\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$

由此得

$$\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} = \frac{1}{2}(J^2 - L^2 - S^2) = \frac{1}{2} \left(\frac{15}{4}\hbar^2 - 6\hbar^2 - \frac{15}{4}\hbar^2 \right) = \boxed{-3\hbar^2}$$

5-7 原子态

5-7

依 L-S 耦合法则，下列电子组态可形成哪些原子态？其中哪个态能量最低？

(1) np^4 ; (2) np^5 ; (3) $nd(n'd)$. 原理

1. $n p^4$: 有 4 个电子填入 p 轨道 (每个轨道角动量 $l=1$)

解 (1) np^4 与 np^2 具有相同的原子态.

对 np^2 , $l_1 = l_2 = 1$, $L = 2, 1, 0$; $s_1 = s_2 = \frac{1}{2}$, $S = 0, 1$

根据偶数定则

当 $S = 0$ 时, $L = 0, 2$, 对应的原子态为 ${}^1S_0, {}^1D_2$

当 $S = 1$ 时, $L = 1$ 对应的原子态为 ${}^3P_{2,1,0}$

利用洪特定则（对于一个给定的电子组态形成的原子态，当某原子态具有的 S 最大时，它处的能级位置最低；对同一 S ，又以 L 值大的为最低；对于同科电子关于同一 L 值而 J 值不同的诸能级次序，当同科电子数小于或等于闭壳层占有数的一半时，具有最小 J 值的能级处在最低，这称为正常次序；当同科电子数大于闭壳层的一半时，具有最大 J 值的能级为最低。）

np^4 形成的诸原子态中能量最低的是 $S = 1, L = 1$ ，由于 p 电子数超过半满， J 反常序， $J = L + S = 1 + 1 = 2$ ，能量最低的原子态为 3P_2 。

(2) np^5 与 np^1 具有相同的原子态。

对 $np^1, l = 1, s = \frac{1}{2}$ ，对应的原子态为 $^2P_{1/2}, ^2P_{3/2}$ 。

利用洪特定则，由于 np^5 ，有 5 个 p 电子数超过半满， J 反常序， $J = l + s = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ，能量最低的原子态为 $^2P_{3/2}$ 。

(3) 对 $nd(n'd), l_1 = l_2 = 2, L = 4, 3, 2, 1, 0; s_1 = s_2 = \frac{1}{2}, S = 0, 1$ 形成的原子态有

$^1S_0, ^1P_1, ^1D_2, ^1F_3, ^1G_4, ^3S_1, ^3P_{2,1,0}, ^3D_{3,2,1}, ^3F_{4,3,2}, ^3G_{5,4,3}$

利用洪特定则，在这些态中能量最低的是 $S = 1, L = 4$ ，由于 p 电子数未达到半满， J 正常序， $J = |L - S| = 4 - 1 = 3$ ，能量最低的原子态为 3G_3 。

第六章 · 康普顿散射 6-7

在康普顿散射中，若入射光子能量等于电子的静止能，求散射光子的最小能量及电子的最大能量。

能量守恒、动量守恒

$$E = h \frac{c}{\lambda}$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta)$$

$$\cos \theta = -1$$

$$h \frac{c}{\lambda} = m_0 c^2 \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m_0 c}$$

$$\lambda' = \lambda + 2\lambda = 3\lambda$$

$$\nu = \frac{1}{3} \nu_0 \rightarrow E = h\nu = \frac{1}{3} m_0 c^2 = \frac{1}{3} \times 0.511 = 0.17 \text{ MeV}$$

$$p' = p \Rightarrow -\frac{h}{\lambda'} + \frac{h}{\lambda_e} = \frac{h}{\lambda}$$

$$p = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3} \frac{h}{\lambda} = \frac{4}{3} m_0 c = 0.681 \text{ MeV}$$

2024 年期末

选择题

1. 电子发现者是谁 JJ 汤姆孙
2. bohr 三部曲量子态效应；**跃迁**；
3. 测不准关系：无法测出 x,p

判断题

1. 光电效应是一些物质具有的特性（错误：不应该是一些应该是所有）
2. 量子物理是建立概率，经典物理是因果律（正确）
3. Bohr 模型的错误是没考虑效应（错误）

计算题

计算卢瑟福散射的瞄准距离

H 基态到第一激发态的能量以及以此发射出的光的波长

He 在 SG 实验中在屏幕上留下几条线

P,S 原子态对应的电子组态, 基态的原子组态
薛定谔方程无限位能井计算解的形式